## MAR Plus in der Elektrotechnik

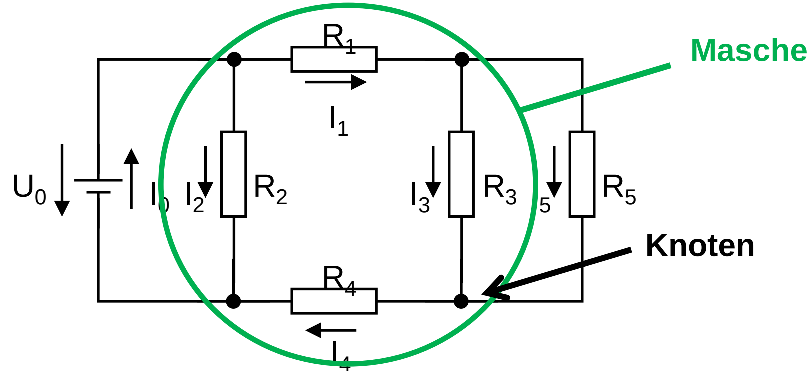
1. Grundlagen der Elektrizitätslehre
2. Elektrischer Netzplan
3. Lösung des elektrischen Netzplans
4. Lösung mit MAR Plus

# Grundlagen der Elektrizitätslehre

## Ohmsches Gesetz

Die Stromstärke verhält sich proportional zur Spannung und umgekehrt proportional zum Widerstand:

$$I[A] = \frac{U[V]}{R[\Omega]}$$




## 1. Kirchhoffsches Gesetz (Knotensatz)

Die Summe aller in einem Verzweigungspunkt (Knoten) zu- und abfließenden Ströme ist gleich Null:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$$

Aus der Knotenregel kann man den Gesamtwiderstand $R_{ges}$ einer Parallelschaltung von M Widerständen herleiten:

$$\frac{1}{R_{Ges}} = \sum_{k=1}^{M} \frac{1}{R_k}$$

## 2. Kirchhoffsches Gesetz (Maschensatz)

Die Summe aller Spannungen innerhalb eines geschlossenen Stromkreises (Masche) ist gleich Null:

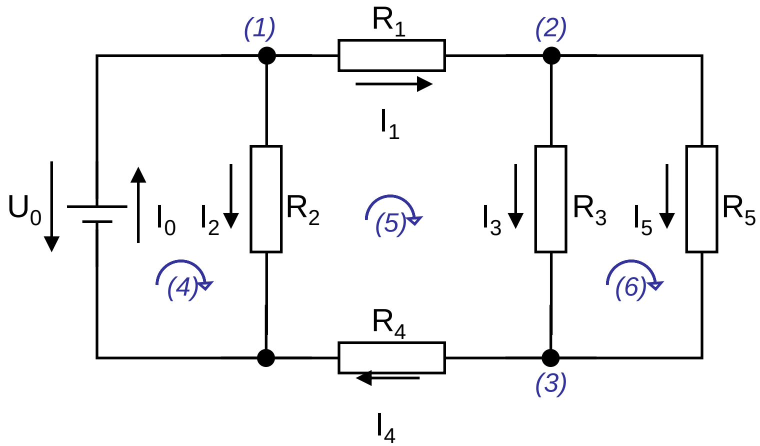
$$\sum_{j=1}^{m} U_j = 0$$

Aus der Maschenregel kann man den Gesamtwiderstand $R_{ges}$ einer Reihenschaltung von M Widerständen herleiten:

$$R_{Ges} = \sum_{k=1}^{M} R_k$$

# Elektrischer Netzplan

Die grafische Darstellung der Abhängigkeiten von elektrischen Bauelementen geschieht in einem Netzplan:



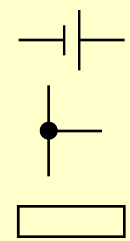

$R_1 = 120\ \Omega$
$R_2 = 284\ \Omega$
$R_3 = 100\ \Omega$
$R_4 = 20\ \Omega$
$R_5 = 60\ \Omega$
$U_0 = 142\ V$

Symbole:

Batterie

Abzweigung

Widerstand



Lineare quadratische Gleichungssysteme treten häufig in Aufgabenstellungen der Technik, Wirtschaft und des Finanzwesens auf.

Eine wichtige Anwendung ist die Beschreibung elektrischer Netzpläne in der Elektrotechnik.

Die mathematische Beschreibung von Netzplänen geschieht durch lineare quadratische Gleichungssysteme mit Hilfe der Gesetze von Ohm und Kirchhoff:

$$
\left.\begin{array}{lrrrrrcl}
(Gl.1) & I_0 & -I_1 & -I_2 & & & = & 0 \\
(Gl.2) & & I_1 & & -I_3 & -I_5 & = & 0 \\
(Gl.3) & & & & I_3 & -I_4 \quad +I_5 & = & 0
\end{array}\right\} \text{Knotensatz}
$$

$$
\left.\begin{array}{lrrrrrcl}
(Gl.4) & & & R_2 I_2 & & & = & U_0 \\
(Gl.5) & & R_1 I_1 & -R_2 I_2 & +R_3 I_3 & +R_4 I_4 & = & 0 \\
(Gl.6) & & & & -R_3 I_3 & +R_5 I_5 & = & 0
\end{array}\right\} \text{Maschensatz}
$$

Ohmsches Gesetz: $U = R\ I$

Kirchhoff'sche Gesetze:

Knotensatz: $I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_N = 0$

Maschensatz: $U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_N = 0$

Das elektrische Netzwerk dieses Beispiels ist bewußt einfach gehalten, um die prinzipielle Anwendung zu zeigen.

## Lösung des elektrischen Netzplans

Für die Lösung des linearen quadratischen Gleichungssystems wird die Matrizenschreibweise verwendet:

$[A_{i,j}]\ \{x_i\} = \{b_i\}$

Lösungsvektor

$[A_{i,j}]\ \{x_i\} = \{b_i\}$

*Vektor der Absolutglieder*

*Reguläre Koeffizientenmatrix*

Umsortieren als lösbares lineares Gleichungssystems:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & -R_2 & R_3 & R_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -R_3 & 0 & R_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Das Gleichungssystem wurde so umorganisiert, daß kein Diagonalterm der Koeffizientenmatrix gleich Null ist.
Reihenfolge der Gleichungen nun:
*(1) – (2) – (4) – (5) – (3) – (6)*

Die Werte $I_i$, für die alle Gleichungen erfüllt sind, sind die Lösungen des linearen Gleichungsystems:

$I_i = \{1.3; 0.8; 0.5; 0.3; 0.8; 0.5\}$ für $i = 0, 1, \dots 5$

Ein lineares Gleichungssystem kann
- keine Lösung
- eine Lösung
- unendlich viele Lösungen

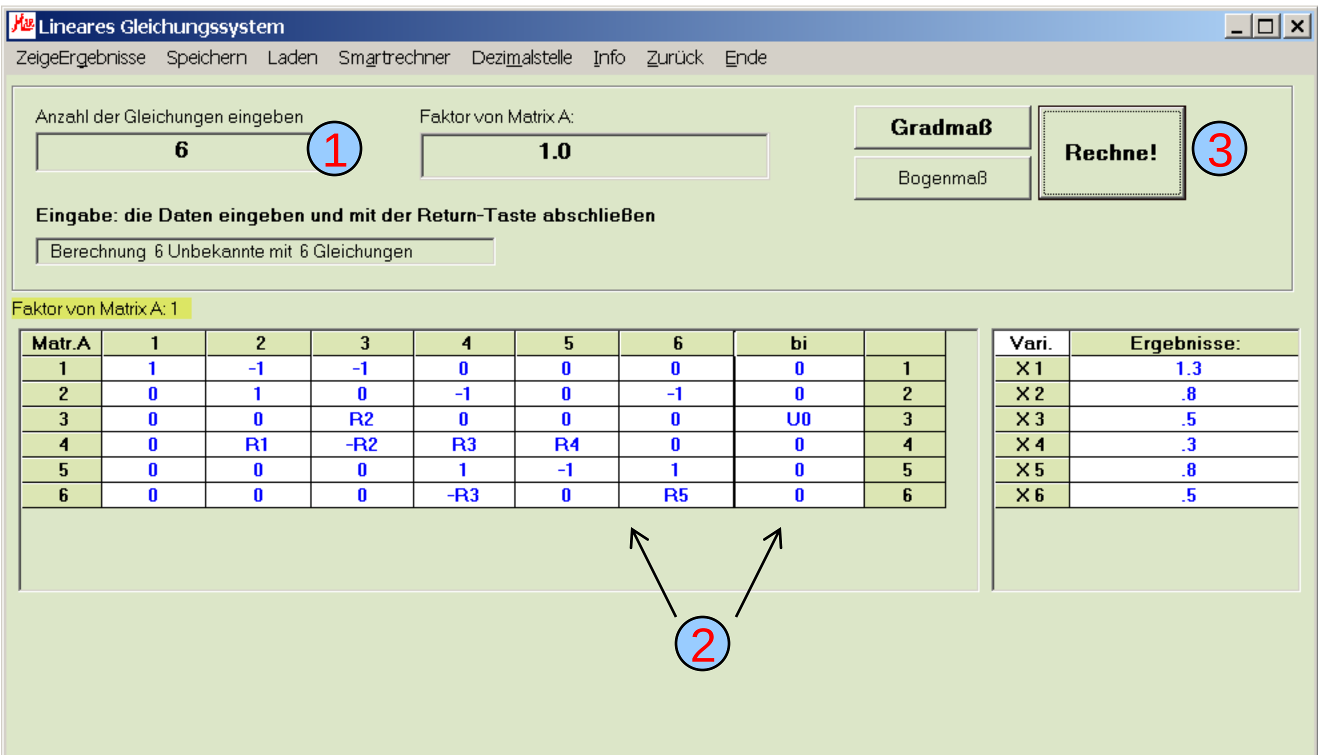
haben.
Es kann nicht – beispielsweise – exakt 4 oder 5 Lösungen haben.

# Lösung mit MAR Plus

Das Vorgehen in MAR Plus ist denkbar einfach:

> MasterAllRound löst eindeutig lösbare, quadratische lineare Gleichungssysteme.

1. Eingabe der Anzahl der Gleichungen
2. Eingabe der Koeffizientenmatrix und der Absolutglieder (erweiterte Matrix)
3. Anklicken der Schaltfläche „Rechne!“




> In MasterAllRound können Sie mit Zahlsymbolen arbeiten: