

## MAR Plus in der Elektrotechnik



Grundlagen der Elektrizitätslehre



Elektrischer Netzplan



Lösung des elektrischen Netzplans



Lösung mit MAR Plus

## Grundlagen der Elektrizitätslehre

### Ohmsches Gesetz

Die Stromstärke verhält sich proportional zur Spannung und umgekehrt proportional zum Widerstand:

$$I[A] = \frac{U[V]}{R[\Omega]}$$

### 1. Kirchhoffsches Gesetz (Knotensatz)

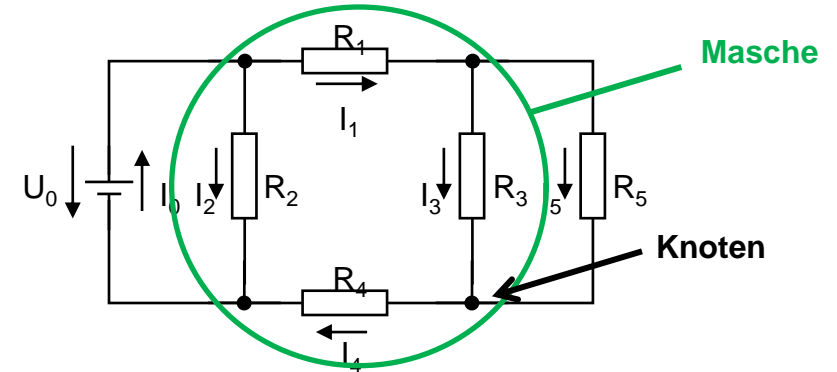
Die Summe aller in einem Verzweigungspunkt (Knoten) zu- und abfließenden Ströme ist gleich Null:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

### 2. Kirchhoffsches Gesetz (Maschensatz)

Die Summe aller Spannungen innerhalb eines geschlossenen Stromkreises (Masche) ist gleich Null:

$$\sum_{j=1}^m U_j = 0$$



Aus der Knotenregel kann man den Gesamtwiderstand  $R_{ges}$  einer Parallelschaltung von  $M$  Widerständen herleiten:

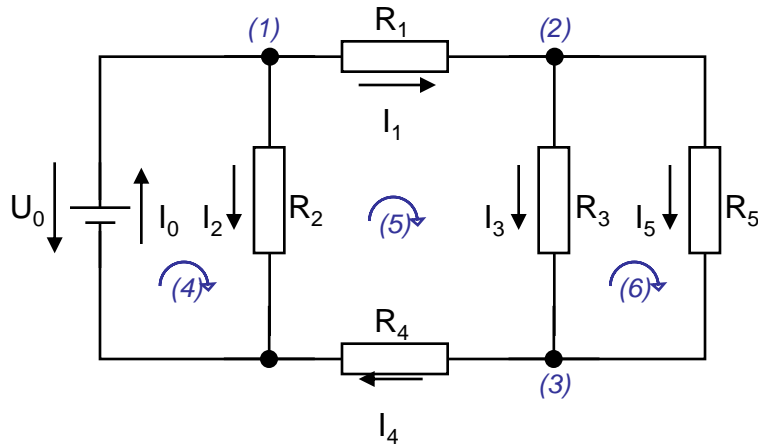
$$\frac{1}{R_{Ges}} = \sum_{k=1}^M \frac{1}{R_k}$$

Aus der Maschenregel kann man den Gesamtwiderstand  $R_{ges}$  einer Reihenschaltung von  $M$  Widerständen herleiten:

$$R_{Ges} = \sum_{k=1}^M R_k$$

## Elektrischer Netzplan

Die grafische Darstellung der Abhängigkeiten von elektrischen Bauelementen geschieht in einem Netzplan:



- $R_1 = 120 \Omega$
- $R_2 = 284 \Omega$
- $R_3 = 100 \Omega$
- $R_4 = 20 \Omega$
- $R_5 = 60 \Omega$
- $U_0 = 142 \text{ V}$

Die mathematische Beschreibung von Netzplänen geschieht durch lineare quadratische Gleichungssysteme mit Hilfe der Gesetze von Ohm und Kirchhoff:

$$\begin{array}{rcll}
 \text{(Gl. 1)} & I_0 & -I_1 & -I_2 & = & 0 \\
 \text{(Gl. 2)} & & I_1 & & -I_3 & -I_5 & = & 0 \\
 \text{(Gl. 3)} & & & & I_3 & -I_4 & +I_5 & = & 0 \\
 \text{(Gl. 4)} & & & R_2 I_2 & & & & = & U_0 \\
 \text{(Gl. 5)} & & R_1 I_1 & -R_2 I_2 & +R_3 I_3 & +R_4 I_4 & & = & 0 \\
 \text{(Gl. 6)} & & & & -R_3 I_3 & & +R_5 I_5 & = & 0
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Knotensatz} \\ \\ \\ \text{Maschensatz} \\ \\ \end{array}$$

Ohmsches Gesetz:  $U = R I$

Kirchhoff'sche Gesetze:

Knotensatz:  $I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_N = 0$

Maschensatz:  $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_N = 0$

Symbole:

Batterie

Abzweigung

Widerstand

Lineare quadratische Gleichungssysteme treten häufig in Aufgabenstellungen der Technik, Wirtschaft und des Finanzwesens auf.

Eine wichtige Anwendung ist die Beschreibung elektrischer Netzpläne in der Elektrotechnik.

Das elektrische Netzwerk dieses Beispiels ist bewusst einfach gehalten, um die prinzipielle Anwendung zu zeigen.

## Lösung des elektrischen Netzplans

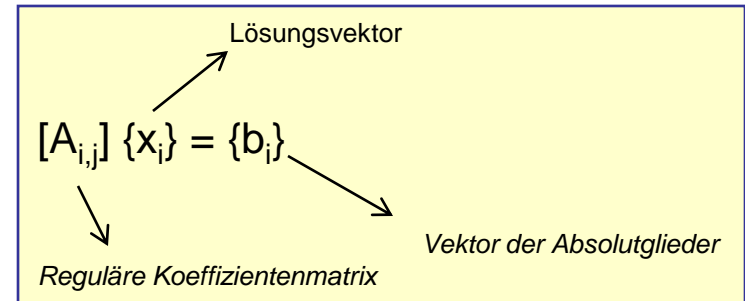
Für die Lösung des linearen quadratischen Gleichungssystems wird die Matrixschreibweise verwendet:

$$[A_{i,j}] \{x_i\} = \{b_i\}$$

Umsortieren als lösbares lineares Gleichungssystems:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & -R_2 & R_3 & R_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -R_3 & 0 & R_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Das Gleichungssystem wurde so umorganisiert, daß kein Diagonalterm der Koeffizientenmatrix gleich Null ist.  
Reihenfolge der Gleichungen nun:  
(1) – (2) – (4) – (5) – (3) – (6)



Die Werte  $I_i$ , für die alle Gleichungen erfüllt sind, sind die Lösungen des linearen Gleichungssystems:

$$I_i = \{1.3; 0.8; 0.5; 0.3; 0.8; 0.5\} \text{ für } i = 0, 1, \dots, 5$$

Ein lineares Gleichungssystem kann

- keine Lösung
- eine Lösung
- unendlich viele Lösungen

haben.  
Es kann nicht – beispielsweise – exakt 4 oder 5 Lösungen haben.

## Lösung mit MAR Plus

Das Vorgehen in MAR Plus ist denkbar einfach:

- ① Eingabe der Anzahl der Gleichungen
- ② Eingabe der Koeffizientenmatrix und der Absolutglieder (erweiterte Matrix)
- ③ Anklicken der Schaltfläche „Rechne!“

MasterAllRound löst eindeutig lösbare, quadratische lineare Gleichungssysteme.

**Lineares Gleichungssystem**

ZeigeErgebnisse Speichern Laden Smartrechner Dezimalstelle Info Zurück Ende

Anzahl der Gleichungen eingeben:  Faktor von Matrix A:

**Gradmaß** **Rechne!**

Bogenmaß

Eingabe: die Daten eingeben und mit der Return-Taste abschließen

Berechnung 6 Unbekannte mit 6 Gleichungen

Faktor von Matrix A: 1

Matr.A	1	2	3	4	5	6	bi	
1	1	-1	-1	0	0	0	0	1
2	0	1	0	-1	0	-1	0	2
3	0	0	R2	0	0	0	U0	3
4	0	R1	-R2	R3	R4	0	0	4
5	0	0	0	1	-1	1	0	5
6	0	0	0	-R3	0	R5	0	6

Vari.	Ergebnisse:
X 1	1.3
X 2	.8
X 3	.5
X 4	.3
X 5	.8
X 6	.5

In MasterAllRound können Sie mit Zahlsymbolen arbeiten:

**Smartrechner**

FensterDrucken Speichern Laden Dezimalstelle FensterZurücksetzen Favoritzeile Fektlöschen Info Zurück Ende

Formel eingeben:  **RAD** **GRD** Zeile nach oben Zeile nach unten **Rechne!**

Löschen Gruppieren Zeile löschen Undo

U0 = 142 \*Spannung in Volt

R5 = 60 \*Widerstand in Ohm

R4 = 20 \*Widerstand in Ohm

R3 = 100 \*Widerstand in Ohm

R2 = 284 \*Widerstand in Ohm

Konstante eingeben: Gruppieren Zeile nach oben Zeile nach unten Zeile löschen Undo

R5 = 60 \*Widerstand in Ohm

R4 = 20 \*Widerstand in Ohm

R3 = 100 \*Widerstand in Ohm

R2 = 284 \*Widerstand in Ohm

R1 = 120 \*Widerstand in Ohm